

南方科技大学

2023 级硕士研究生入学考试大纲

考试科目代码：610 考试科目名称：数学分析

一、考试要求

- 1) 要求考生熟练掌握数学分析的基本概念、基本理论和基本方法。
- 2) 要求考生具有严格的数学论证能力、举反例能力和基本计算能力。
- 3) 要求考生了解数学分析中的基本概念、理论、方法的实际来源和历史背景，清楚它们的几何意义和物理意义，初步具备应用数学分析解决实际问题能力。

二、考试内容

- 1) 极限和连续性
 - a. 数列极限与函数极限的概念，包括数列的上、下极限和函数的左、右极限。
 - b. 极限的性质及四则运算性质，两面夹原理。
 - c. 区间套定理，确界存在定理，单调有界原理，Bolzano-Weierstrass 定理，Heine-Borel 有限覆盖定理，Cauchy 收敛准则。
 - d. 函数连续性的概念及相关的不连续点类型。函数连续的四则运算与复合运算性质，以及无穷小量比较。
 - e. 闭区间上连续函数的性质：有界性定理、最值定理、介值定理和一致连续性定理。
- 2) 一元函数微分学
 - a. 导数和微分的概念及其相互关系，导数的几何意义和物理意义，函数可导性与连续性之间的关系。
 - b. 函数导数与微分的运算法则，包括高阶导数的运算法则，分段函数的导数。
 - c. Rolle 中值定理，Lagrange 中值定理和 Cauchy 中值定理以及 Taylor 公式。
 - d. 函数的导数与单调性，极值，最值和凸凹性。
 - e. L' Hopital (洛必达) 法则，不定式极限。
- 3) 一元函数积分学
 - a. 不定积分的概念，不定积分的基本公式，换元积分法和分部积分法，有理函数、三角函数和简单无理函数的积分。

- b. 定积分的概念，包括 Darboux 和，上、下积分及可积条件与可积函数类。
- c. 定积分的性质，微积分基本定理，定积分的换元积分法和分部积分法。
- d. 用定积分表达和计算一些几何量与物理量（平面图形的面积，平面曲线的弧长，旋转体的体积与侧面积，平行截面面积已知的立体体积，变力做功和物体的质量与质心）。
- e. 广义积分的概念，广义积分收敛的比较判别法，Abel 判别法和 Dirichlet 判别法，其中包括积分第二中值定理。

4) 无穷级数

- a. 数项级数敛散性的概念，数项级数的基本性质。
- b. 正项级数敛散的必要条件，比较判别法，Cauchy 判别法，D' Alembert 判别法与积分判别法。
- c. 任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念及其相互关系，交错级数的 Leibnitz 判别法，绝对收敛级数的性质。
- d. 函数项级数一致收敛性的概念以及判断一致收敛性的 Weierstrass 判别法，Abel 判别法和 Dirichlet 判别法，一致收敛级数的性质。
- e. 幂级数及其收敛半径的概念，包括 Cauchy-Hadamard 定理和 Abel 第一定理。
- f. 幂级数的性质，将函数展开为幂级数，Weierstrass 逼近定理。
- g. Fourier 级数的概念与性质以及收敛性的判别法。

5) 多元函数微分学与积分学

- a. 多元函数极限与连续性，偏导数和全微分的概念，多元函数的偏导数与全微分。
- b. 隐函数存在定理，反函数定理。
- c. 多元函数极值和条件极值，Lagrange 乘子法，偏导数的几何应用。
- d. 重积分，第一型、第二型曲线积分和曲面积分的概念与计算。
- e. 梯度，散度，旋度及其物理、几何意义。
- f. Gauss 公式、Green 公式和 Stokes 公式及其应用。

6) 含参变量积分

- a. 含参变量常义积分的概念与性质。
- b. 含参变量广义积分的一致收敛性的概念及其判别法，一致收敛的含参变量广

义积分的性质。

三、考试时间：180 分钟，满分：150 分

四、参考书目：

《数学分析教程》（上、下册），常庚哲、史济怀编，中国科学技术大学出版社，2013 年，第三版。